

Семинар

«Геометрия в школе, на экзаменах и олимпиадах»

Задачи по геометрии на вступительных экзаменах и ЕГЭ

В.С. Панферов

*(факультет вычислительной математики и кибернетики
МГУ им. М.В. Ломоносова)*

В докладе были рассмотрены три геометрические модели. Изучением фрагментов (отдельных частей) чертежа были получены соотношения между линейными элементами, вычислены различные углы, доказан ряд классических фактов. Продемонстрированы примеры решения задач разного уровня, включая задачи ЕГЭ по планиметрии.

Первая тема — высоты треугольника. Доказано, что прямые, содержащие высоты треугольника пересекаются в одной точке. Получено выражение для расстояния от вершины треугольника до его ортоцентра через угол треугольника и радиус описанной окружности. Вычислены углы, образованные высотами и сторонами, указаны пары подобных треугольников и вычислены их коэффициенты подобия. Определены прямая и окружность Эйлера (окружность девяти точек).

Вторая тема — отношение длин частей, на которые делятся отрезки в треугольнике точкой их пересечения. Из общей формулы как простое следствие получены формулы для отношения длин отрезков, на которые делятся медианы (высоты, биссектрисы) треугольника точкой их пересечения. Используя эту общую формулу можно получить доказательства таких теорем как Чева и Менелая.

Третья тема — биссектрисы треугольника. В частности, продемонстрировано решение циркулем и линейкой задачи Паппа и доказана теорема Штейнера–Лемуса.