

Семинар

«Сложные и нестандартные задачи по математике»

Целочисленные и комбинаторные задачи

А.В. Безуц

(механико-математический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова)

В докладе на примерах нескольких заданий Московской математической олимпиады школьников рассматриваются различные подходы к решению целочисленных и комбинаторных задач. В частности, всесторонне исследуются:

- классическая комбинаторная задача о пересаживаниях (ММО 1981.10.6). *За круглым столом сидят n человек. Разрешается любых двух людей, сидящих рядом, поменять местами. Какое наименьшее число таких перестановок необходимо сделать, чтобы в результате любые два соседа остались бы соседями, сидящими в обратном порядке?*
- задача, относящаяся к геометрической теории чисел (ММО 1982.9.3): *На плоскости отмечены точки с целочисленными координатами. Доказать, что найдётся окружность, внутри которой лежат ровно 1982 отмеченные точки.*

Обсуждаются возможные логические ошибки и пробелы в решении, а также способы их устранения. Даются комментарии, связывающие тематику задач с современными математическими исследованиями в таких областях, как теория чисел и теория графов. Формулируются теорема Мантеля о графах и проблема Гаусса о числе целых точек в круге растущего радиуса. Предлагаются возможные темы для организации проектно-исследовательской деятельности учащихся старших классов по заявленной тематике. Приводятся ссылки на литературу для более глубокого изучения материала и возможности решения поставленных исследовательских задач.