

## Теория игр в преподавании экономики. МГУ, ноябрь 2014.

В качестве дополнения к школьным учебникам по этому разделу можно посоветовать посвященные олигополии главы из учеников:

1. Вэриан Х.Р. Микроэкономика. Промежуточный уровень. Современный подход. – М.: ЮНИТИ, 1997.
2. Гальперин В.М., Игнатъев С.М., Моргунов В.И. Микроэкономика. – СПб.: Экон. шк., 1996.

По теории игр в качестве первого знакомства можно воспользоваться книгой:

3. А.В. Захаров. Теория игр в общественных науках

[http://www.polit-econ.ru/zakharov/teaching/game\\_theory.pdf](http://www.polit-econ.ru/zakharov/teaching/game_theory.pdf)

**Задача 1.** Пусть двойная матрица выигрышей имеет следующий вид<sup>1</sup>:

(3, 3)	(1, 1)	(6, 2)
(2, 6)	(0, 1)	(5, 5)

(а) Найдите все равновесия по Нэшу в чистых стратегиях.

(б) Найдите все эффективные по Парето ситуации в игре.

**Задача 2.** Поселок *Ближний* расположен в десяти километрах от районного центра, а поселок *Дальний* — еще на десять километров дальше по той же самой дороге.

Администрация каждого из поселков решает, сколько ей выделить денег на строительство линии электропередач (ЛЭП) для обеспечения своего поселка электричеством. ЛЭП будут тянуть из районного центра. Каждый поселок может выделить на строительство 2 млн. руб., 1 млн. руб. или не выделять денег совсем. Администрации поселков принимают решение независимо друг от друга.

Если на строительство будет выделено менее миллиона рублей, то ЛЭП построена не будет. Если будет выделен миллион, то ЛЭП протянут только до поселка А (дальше деньги кончатся). Если же на строительство в сумме будет выделено 2 миллиона или более, то ЛЭП дотянется до обоих поселков.

Каждая из администраций в первую очередь хочет, чтобы в ее поселке было электричество, а во вторую — потратить как можно меньше денег. Для определенности будем считать, что если в поселок протянуто электричество, то выигрыш администрации поселка равен  $(10 - x)$ , где  $x$  — сумма денег (млн. руб.), которую выделила администрация на строительство. Если же в поселок электричество не протянуто, то выигрыш администрации равен  $(-x)$ .

Представьте описанную ситуацию в виде биматричной игры. Найдите равновесие по Нэшу в чистых стратегиях. Какие из поселков получают электричество? Кто и сколько будет платить за строительство ЛЭП? Будет ли найденное вами равновесие эффективной по Парето ситуацией?

---

<sup>1</sup>Здесь и далее по умолчанию предполагается, что стратегиям первого игрока соответствуют строки, а стратегиям второго игрока — столбцы.

**Задача 3 (Всеросс).** На олигополистическом рынке магния работают две фирмы — «Магнус» и «Магняк», функции издержек которых одинаковы и имеют вид  $TC = q^2$ . Если фирмы выберут уровни выпуска  $q_1$  и  $q_2$ , то на рынке установится цена, равная  $(9 - q_1 - q_2)$ . Об этой зависимости цены от выпусков знают обе фирмы. Кроме того, обе фирмы знают функции издержек друг друга.

- а) Промышленные шпионы из «Магняка» вывели, что «Магнус» собирается произвести 5 тонн магния ( $q_1 = 5$ ). Сколько должен произвести «Магняк», если менеджеры фирмы верят этой информации и стремятся максимизировать прибыль?
- б) На самом деле, информация о выпуске «Магнуса» из пункта а) была искусно подброшенной дезинформацией. Сколько единиц продукции в действительности выгодно произвести «Магнусу», если его менеджеры уверены, что дезинформация «сработала» и «Магняк» выберет уровень выпуска, найденный Вами в пункте а)?

**Задача 4.** На рынке товара А действуют две фирмы «Винтик» и «Шпунтик». У обеих фирм затраты на производство каждой единицы продукции составляют 6 долларов. Спрос на товар А описывается уравнением  $Q = 36 - 2P$ , где  $P$  — цена одной единицы товара А (в долларах),  $Q$  — величина спроса на товар А (в штуках).

Обозначим:  $q_1$  — количество товара А (в штуках), выпускаемое «Винтиком»,  $q_2$  — количество товара А (в штуках), выпускаемое «Шпунтиком».

(а) Выпишите прибыль «Винтика», как функцию от переменных  $q_1$  и  $q_2$ .

(б) Рассмотрим игру двух игроков («Винтика» и «Шпунтика»), в которой стратегия каждого из игроков состоит в выборе своего выпуска, а выигрыш каждого из игроков — это его прибыль. Будем считать, что игроки принимают решение о выпуске одновременно. Найдите равновесие по Нэшу в чистых стратегиях в рассматриваемой игре. Каким будет выпуск каждой из фирм? Какая цена установится на рынке? Какую прибыль получит каждая из фирм?

**Задача 6.** Генерал командует армией, которая защищает город, находящийся на берегу реки. Между городом и другим берегом реки проложен мост, по которому армия может при необходимости отступить.

Генерал имеет возможность уничтожить мост до того, как враг решится атаковать. Или не уничтожать мост.

После того, как враг наблюдает действия генерала, он выбирает один из двух вариантов: атаковать город или не атаковать.

Если враг напал, и мост не уничтожен, то генерал может выбрать один из двух вариантов: сражаться или отступить. Если враг напал, а мост был уничтожен, то у генерала есть только один вариант: сражаться.

Если сражения по той или иной причине не произошло, то выигрыш стороны, которая обладает городом по итогам игры, равен 10, а выигрыш другой стороны равен 5.

Если же сражение произошло, то генерал будет разбит и его выигрыш окажется равен 0. Выигрыш атакующих в этом случае будет равен 4, так как они, хоть и займут город, но понесут огромные невосполнимые потери.

(а) Представьте игру в развернутой форме (в виде графа).

(б) Найдите равновесие в рассматриваемой игре, используя метод обратной индукции. Будут в итоге ли сожжены мосты? Состоится ли сражение?

**Задача 7 (ОЧ).** Государство рассматривает законопроект, состоящий из двух актов: А и В. Оба законодательных акта не являются взаимоисключающими, так что возможна ситуация введения или отклонения обоих актов.

Сначала государственная дума решает, пропускать ли законопроект, и, если пропускать, то какие именно законодательные акты в него включать (только А, только В или оба). После этого президент или подписывает внесенный думой законопроект, или отклоняет.

При этом если дума внесла в законопроект оба законодательных акта, то президент не может подписывать их по отдельности: он либо принимает законопроект целиком, либо отклоняет его также целиком.

Предпочтения президента устроены следующим образом: больше всего ему понравится ситуация, когда принят только акт В. Чуть хуже ситуация когда приняты оба акта. Еще хуже — когда не принят ни один из актов. Наконец, наименее предпочтительной для президента является ситуация, когда принят только акт А.

Предпочтения депутатов думы устроены так: больше всего им понравится, если будет принят только акт А. Чуть хуже ситуация когда приняты оба акта. Еще хуже — когда не принят ни один из актов. Наконец, наименее предпочтительной для депутатов думы является ситуация, когда принят только акт В.

Депутаты думы и президент знают о предпочтениях друг друга. Каждый из них действует таким образом, чтобы в результате всей описанной процедуры добиться наиболее благоприятного для себя исхода.

**(а)** Какие из актов А и В будут приняты? Формально обоснуйте свой ответ.

**(б)** Пусть теперь, если дума внесла в законопроект оба законодательных акта, то президент может принимать или отклонять их не только вместе, но и по отдельности. Какие из актов будут приняты в этом случае?

**(в)** Выиграет ли президент в результате подобного расширения собственных полномочий?