

ЗАДАНИЕ

Разработать одно занятие математического кружка (45 мин.).

МК1

Примерный план работы с кейсом:

1. прочитать полученные материалы;
2. решить задачи;
3. определить тему и цели занятия;
4. составить план занятия;
5. выбрать необходимые для занятия задачи и сгруппировать их по какому-либо принципу, например, для классной или домашней работы, для устного решения, для формирования приемов мыслительной деятельности (анализ, синтез, аналогии, обобщение и т.п.), для реализации дифференцированного подхода и т.д.;
6. определить деятельность учителя и учеников;
7. подготовить выступление и выступить перед слушателями летней школы.

МК1

В классической формальной логике основными формами мышления являются: понятие, суждение, умозаключение. Логическое мышление – это оперирование этими формами по законам логики: тождества, непротиворечия, исключенного третьего и т.п.

Логическая задача – это задача, при решении которой поиск ответа на вопрос осуществляется на основе рассуждений. (Вычисления при решении логических задач играют вспомогательную роль, а иногда совсем не нужны.)

Виды логических задач:

- на нахождение закономерностей;
- на установление соответствия между множествами;
- на упорядочивание множества;
- на доказательство, основанное на выявлении худшего случая;
- на доказательство с использованием принципа Дирихле;
- на планирование действий (взвешивания, переливания, переправы и др.)

Способы решения: с помощью **рассуждений, таблицы, луча, графа, выявления худшего случая.**

МК1

Задачи на доказательство, основанное на выявлении худшего случая

В логических задачах, где требуется доказать какое-либо утверждение, можно рассмотреть самый неудобный худший случай. Если удастся доказать справедливость утверждения в этом худшем случае, то тем более оно будет верно и в остальных случаях. Поэтому главное, что здесь нужно, – правильно определить этот худший случай.

Задача. В непрозрачном мешке лежат 5 белых и 2 черных шара. Какое наименьшее число шаров надо вытащить из мешка, чтобы среди них обязательно оказался:

- а) хотя бы один белый шар;
- б) хотя бы один черный шар;
- в) хотя бы один белый и хотя бы один черный шар?

Решение.

- а) Худший случай здесь, очевидно, тот, когда мы будем вытаскивать все время только черные шары. В этом случае, даже вытащив 2 шара, мы не вытащим белого шара. Но если мы вытащим три шара, то тогда уж точно из трех шаров по крайней мере один шар будет белым.
- б) Худший случай здесь, очевидно, тот, когда мы будем вытаскивать все время только белые шары, поэтому нужно вытащить шесть шаров.
- в) Худший случай здесь, очевидно, тот, когда мы будем вытаскивать все время только белые шары (их больше), поэтому нужно вытащить тоже шесть шаров.

Обычно, в учебниках логические задачи входят в содержательную линию «Нестандартные и занимательные задачи», при этом рассматриваются следующие **виды логических задач, по классам:**

1 класс. Таблицы. Начальные представления о графах. Понятие о взаимно-однозначном соответствии. Логические задачи на поиск закономерности и классификацию.

2 класс. Высказывания. Истинные и ложные высказывания. Логические задачи.

3 класс. Решение логических задач с помощью таблиц и графов. Задачи на переправы, переливания, взвешивания, разъезды. Задачи на принцип Дирихле.

4 класс. Все вышеперечисленные виды логических задач и их усложнения.

Задачи на установление взаимно-однозначного соответствия между множествами

Задача. Три друга – Алеша, Боря и Витя учатся в одном классе. Один из них ездит домой из школы на автобусе, один на трамвае, один – на троллейбусе. Однажды после уроков Алеша пошел проводить своего друга до остановки автобуса. Когда мимо них проходил троллейбус, третий друг крикнул из окна: «Боря, ты забыл в школе тетрадку!» Кто из друзей на чем ездит домой?

Решение. В задаче рассматривается два множества: множество учащихся и множество видов транспорта. Между этими множествами требуется установить взаимно-однозначное соответствие. Удобно делать это с помощью таблицы.

Выделяем условия задачи. Их два:

1) Алеша провожает друга до остановки автобуса.

2) Крик из троллейбуса: «Боря, ты забыл тетрадку!»

Из этих условий выводим следствия и отмечаем результаты в таблице с помощью знаков «+» и «-».

	Автобус	Троллейбус	Трамвай
Алеша	-	-	
Боря		-	
Витя			

Так как соответствие между множествами взаимно-однозначное, то в каждой строке и каждом столбце таблицы обязательно должен быть знак «+» и он должен быть только один.

Получим:

	Автобус	Троллейбус	Трамвай
Алеша	-	-	+
Боря	+	-	-
Витя	-	+	-

Методические рекомендации

- *необходимо, научить учащихся выделять простые высказывания из сложных, уметь из простых суждений образовывать сложные;*
- *обучение анализу и синтезу;*
- *использовать особенности текста задачи., которые могут определять ход мыслительного процесса при ее решении;*
- *задачи следует вводить в процесс обучения в определенной системе с постепенным нарастанием сложности (непосильная задача мало повлияет на развитие учащихся);*
- *необходимо предоставлять ученикам максимальную самостоятельность в поиске решения задач;*
- *нужно помочь учащимся осознать некоторые способы, приемы, общие подходы к решению;*
- *учить решать задачи, чтобы учащиеся могли выработать предварительные схемы анализа.*

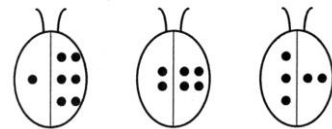
Задача 1. В коробке, которая стоит в темной комнате, лежат 10 пар черных и 10 пар коричневых перчаток одного размера. Сколько перчаток нужно взять из коробки, чтобы среди них оказалась пара перчаток одного цвета?

Задача 2. Сколько можно составить различных букетов из трех роз, если в продаже есть белые и красные розы?

Задача 3. В коробке, которая стоит в темной комнате, лежат 10 пар коричневых и 10 пар черных носков одного размера. Сколько носков нужно взять из коробки, чтобы среди них оказалась пара носков одного цвета?

Задача 4. В коробке лежат футболки: 2 зеленые, 3 желтые и 6 синих. Сколько футболок надо достать не глядя, чтобы среди них были три футболки:
а) одного цвета; б) разных цветов?

Задача 5. Найдите закономерность и нарисуйте следующую фигуру:



Задача 6. Три клоуна Бим, Бом и Бам вышли на арену цирка. На них были синяя, зеленая и красная рубашки и туфли тех же цветов. У Бима цвета туфель и рубашки совпадали. У Бома ни туфли, ни рубашка не были красными. Бам был в зеленых туфлях и рубашке другого цвета. Как были одеты клоуны?

Задача 7. Расшифруй имя древнегреческого математика. Для этого найди лишнюю фигуру в каждом ряду и поставь буквы под ней в соответствующий столбик таблицы.



1)				
	Ц	Ш	Ф	Ч
2)				
	ОН	ОР	ОЛ	ОК
3)				
	ПЕ	ПУ	ПА	ПИ
4)				
	АЛ	АН	АГ	АР

3	1	4	2

Ответ: имя математика _____.

Задача 8. Валя не старше Коли, но старше Саши. Кто самый младший?

Задача 9. Света, Марина, Кирилл, Андрей и Юра держат животных. У каждого либо кошка, либо собака, либо попугай. Девочки не держат собак, а мальчики -попугаев. У Светы нет кошки. У Светы и Марины - разные животные. У Марины и Андрея - одинаковые. У Андрея и Кирилла - разные. У Кирилла и Юры -одинаковые. Какие животные живут у каждого?

ЗАДАНИЕ

Разработать одно занятие математического кружка (45 мин.).

МК2

Примерный план работы с кейсом:

1. прочитать полученные материалы;
2. решить задачи;
3. определить тему и цели занятия;
4. составить план занятия;
5. выбрать необходимые для занятия задачи и сгруппировать их по какому-либо принципу, например, для классной или домашней работы, для устного решения, для формирования приемов мыслительной деятельности (анализ, синтез, аналогии, обобщение и т.п.), для реализации дифференцированного подхода и т.д.;
6. определить деятельность учителя и учеников;
7. подготовить выступление и выступить перед слушателями летней школы.

МК2

ГРАФ – это фигура, состоящая из конечного множества точек плоскости и отрезков, соединяющих некоторые из этих точек. Точки называются **вершинами** графа, а отрезки – **ребрами** графа.

Ребро графа называют **ориентированным**, если одну вершину считают началом ребра, а другую концом. На рисунке ориентированное ребро изображают стрелкой.

Граф, все ребра которого являются ориентированными, называют **ориентированным графом**.

МК2

Комбинаторика – раздел математики, в которой изучаются вопросы о том, сколько всевозможных комбинаций, подчиненных определенным условиям, можно составить из элементов конечного множества.

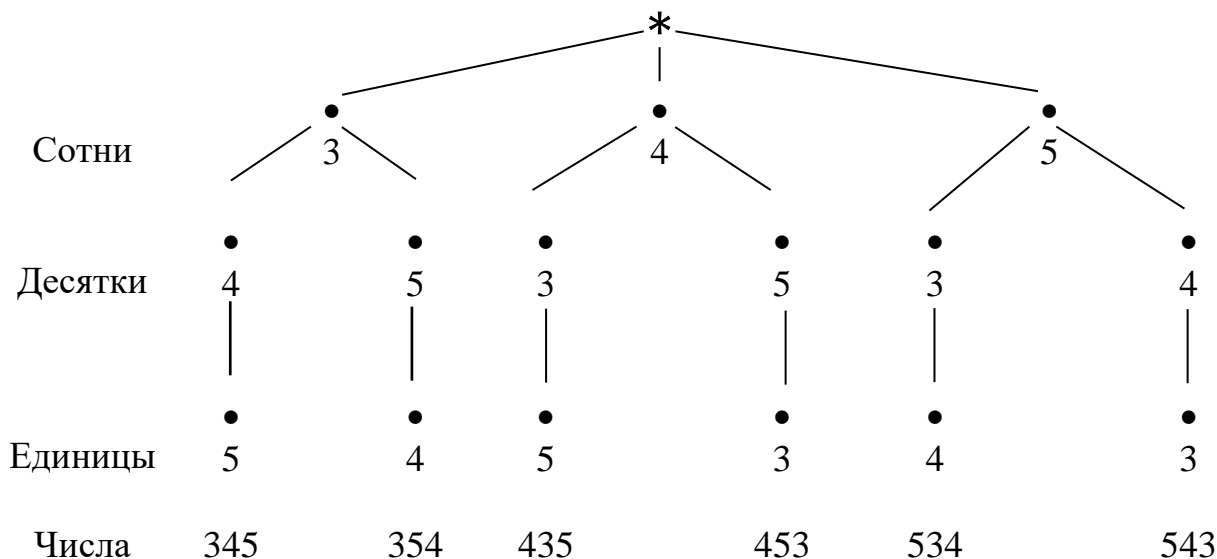
Комбинаторная задача - это задача, в которой требуется выполнить перебор возможных вариантов для той или иной операции, того или иного события, либо найти число таких вариантов. Таким образом, комбинаторную задачу можно узнать по вопросу задачи!

Перебор вариантов при решении комбинаторных задач можно осуществлять при помощи таблицы и графов.

МК2

В тех случаях, когда в задаче рассматриваются комбинации из трех и более элементов, можно использовать граф-дерево.

Задача. «Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 3, 4 и 5 при условии, что цифры в записи числа не повторяются?» граф-дерево будет таким:



Задача. «Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 1, 2 и 3?»

перебор вариантов возможен при помощи:

метода перебора: произвольно перебирать 11,22,33,12,21,13,31,23,32;

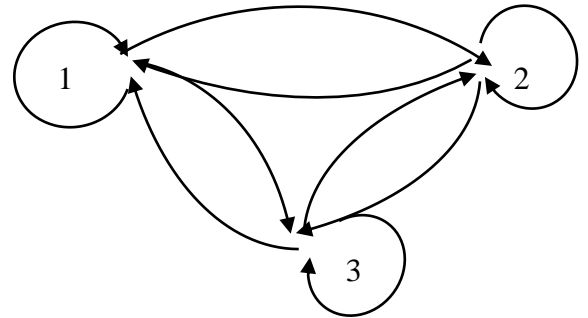
или системного перебора при помощи:

таблицы

или

ориентированного графа.

	1	2	3
1	11	12	13
2	21	22	23
3	31	32	33



Начиная с XVII века, в комбинаторике были открыты и доказаны многие правила, помогающие в решении комбинаторных задач. Прежде всего это правила *умножения* и *сложения*.

Правило умножения

Если объект «а» можно выбрать t способами, а объект «b» – k способами, то пару (a, b) можно выбрать $t \cdot k$ способами.

Например, если есть 3 разные авторучки и 2 разных карандаша, то пару (авторучка, карандаш) можно выбрать $3 \cdot 2 = 6$ способами.

Правило сложения

Если объект «а» можно выбрать t способами, а объект «b» – k способами (не такими, как а), то выбор «либо а, либо b» можно осуществить $t+k$ способами.

Например, если есть 3 разных авторучки и 2 разных карандаша, то выбор «либо авторучка, либо карандаш» можно осуществить $3+2 = 5$ способами.

Перестановки без повторений (различные упорядочивания данного k -множества, отличающиеся друг от друга лишь порядком входящих в них элементов):

$$P_k = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot k = k! \text{ (k-факториал); } 1! = 1, 0! = 1.$$

Задача. Сколькими способами четыре персонажа из басни И.А. Крылова «Квартет» могли усесться в ряд?

Решение: В задаче рассматриваются перестановки без повторений из 4-х элементов, их число равно 24, так как $P_4 = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$.

Особенности методики обучения младших школьников решению комбинаторных задач связаны:

1) с возрастными особенностями детей и уровнем развития их мышления (поэтому основной метод решения комбинаторных задач – метод перебора вариантов; а также использование игровых ситуаций, занимательности сюжетов)

2) с этапностью обучения: от хаотичного перебора вариантов к систематическому – сначала непосредственному, а затем с использованием графических средств.

Этапы обучения

1. Подготовительный: осуществляется хаотичный перебор вариантов, причем находить все возможные варианты не требуется;
2. Осуществляется в определенной системе непосредственный перебор всех возможных вариантов, число которых невелико;
3. Осуществляется систематический перебор всех возможных вариантов с использованием графических средств (таблиц и графов).

Задача 1. Сколько четных четырехзначных чисел можно составить из цифр 0, 5 и 7? Решите задачу, выполняя перебор вариантов при помощи графа-дерева.

Задача 2. Отрезком называется часть прямой, ограниченная двумя точками.

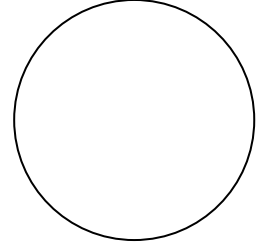
Например, отрезок **АВ**: 

Поставь на прямой 5 точек. Сколько получилось на прямой отрезков?

Задача 3. Дугой называется часть окружности, ограниченная двумя

точками, например, дуга **АВ**: 

Поставь на окружности 5 точек. Сколько на ней дуг?



Задача 4. В коробке, которая стоит в темной комнате, лежат 10 пар коричневых и 10 пар черных перчаток одного размера. Сколько перчаток нужно взять из коробки, чтобы среди них оказалась пара перчаток одного цвета?

Задача 5. Для того чтобы открыть сейф, нужно подобрать код, состоящий из четырех цифр. Грабители знают, что дверь сейфа закрывает человек, который использует для кода только нечетные числа большие 573. Сколько вариантов придется перебрать грабителям, чтобы проникнуть в сейф?

Задача 6. Сколько можно составить различных букетов из трех роз, если в продаже есть белые и красные розы?

Задача 7. Алеша запланировал купить: карандаш, линейку, блокнот и тетрадь. Сегодня он купил только два разных предмета. Что мог купить Алеша, если считать, что в магазине были все нужные ему учебные принадлежности?

Задача 8. *Старинная задача.*

В харчевню пришли 11 человек и потребовали подать им рыбы. К сожалению, у хозяина оказалось всего три рыбы. Тем не менее, он пообещал гостям подать на стол одиннадцать. Как он сумел это сделать?

Задача 9. Инопланетяне могут произносить только *му,ни* или *бе*. Сколько слов могут говорить инопланетяне, если все слова состоят из двух слогов?

Задача 10. На день рождения Пети купили пирожные: эклеры, безе и корзиночки. Каждому из гостей и Пете досталось по два пирожных, причем у всех оказались разные наборы. Сколько гостей могло быть у Пети?

Задача 11. В магазине продаются три вида циркулей, пять видов линеек и восемь видов простых карандашей. Сколькими способами можно составить комплект, состоящий из циркуля, линейки и карандаша?

ЗАДАНИЕ

Разработать одно занятие математического кружка (45 мин.).

МКЗ

Примерный план работы с кейсом:

1. прочитать полученные материалы;
2. решить задачи;
3. определить тему и цели занятия;
4. составить план занятия;
5. выбрать необходимые для занятия задачи и сгруппировать их по какому-либо принципу, например, для классной или домашней работы, для устного решения, для формирования приемов мыслительной деятельности (анализ, синтез, аналогии, обобщение и т.п.), для реализации дифференцированного подхода и т.д.;
6. определить деятельность учителя и учеников;
7. подготовить выступление и выступить перед слушателями летней школы.

МКЗ

«Вдохновение нужно в геометрии, как и в поэзии» А.С. Пушкин

МКЗ

Создание на занятиях ситуаций активного поиска, предоставление возможности сделать собственное «открытие», знакомство с оригинальными путями рассуждений, овладение элементарными навыками исследовательской деятельности позволят обучающимся реализовать свои возможности, приобрести уверенность в своих силах.

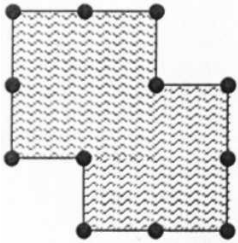
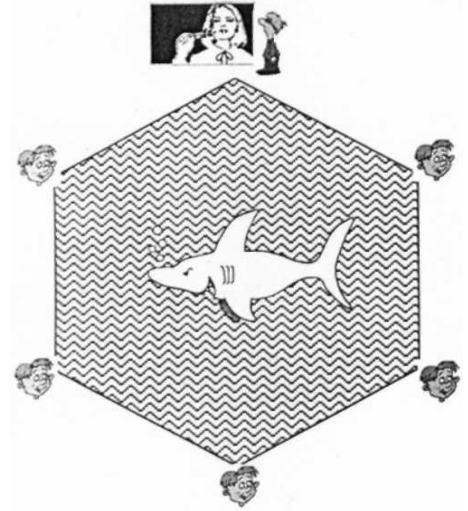
МКЗ

Эффективными методическими приемами для развития пространственного мышления и формирования у учащихся представлений о геометрических фигурах являются: **приемы сравнения** (форм реальных объектов; форм геометрических фигур реальных объектов; предметных моделей геометрических фигур (выделение их сходства и различия); графических изображений геометрических фигур, предметных моделей и их изображений); **приемы выбора** (реальных объектов заданной формы; геометрической фигуры на основе представивания и практической деятельности; развертки геометрического тела на основе соотнесения с предметной моделью или ее изображением); **приемы конструирования** (разных геометрических фигур при определенных условиях; предметных моделей по их изображению; реальной ситуации по ее изображению; геометрических фигур по представлению); **приемы преобразования**: (переход от развертки к геометрической фигуре (предметные модели); переход от изображения объемной фигуры к изображению ее развертки; поворот или вращение геометрических фигур на уровне практических действий

МКЗ

Внимание методической науки к проблеме геометрической подготовки учащихся 1 - 4 классов обусловлено результатами психологических исследований, в которых было доказано, что сенситивным периодом (критический период; свободно определяемый период времени, в течение которого организм оказывается чувствительным к определенным формам стимуляции, готов к усвоению определенных реакций либо определенного типа знания) для развития пространственного мышления является возраст от 6 до 10 лет (И.С. Якиманская).

Задача 1. Около каждого угла шестиугольного бассейна, все стороны которого равны, стоит один ученик. Учительница, стоящая рядом с одним из углов, позвала учеников к себе, и каждый из них подошёл к ней кратчайшим путём. Все вместе они прошли 90 метров. Найди длину стороны бассейна:



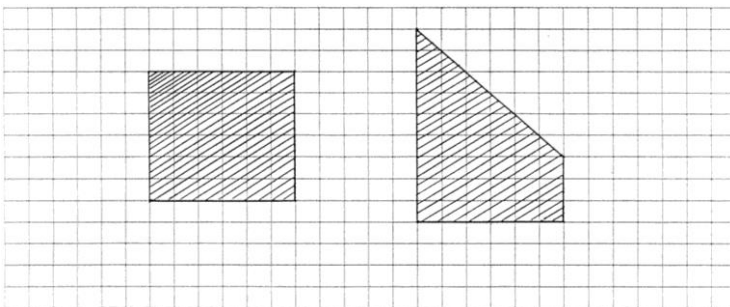
Задача 2. Периметр бассейна, изображенного на рисунке, равен 78 метров. Отрезки, соединяющие две соседние жирные точки, равны между собой. Найди площадь бассейна?

Задача 3. Арбуз разделили тремя разрезами ножа на 7 частей, а когда его съели, то на столе оказалось 8 корок. Как это может быть?

Задача 4. По углам квадратного бассейна растут четыре вековых дуба. Нарисуй такой бассейн и покажи, как из него сделать квадратный бассейн в 2 раза больший по площади, не трогая деревьев.

Задача 5. Квадрат разбит на прямоугольники, периметры двух из них указаны на рисунке. Найдите длину стороны квадрата.

6 см	
	18 см



Задача 6. В стене образовались две дыры показанной формы и размера. На заделку какой дыры (правой или левой) будет израсходовано больше материалов?

Задача 7. Как в листе бумаги из школьной тетради, прорезать дыру, в которую может пролезть взрослый человек?

Задача 8. Отрезком называется часть прямой, ограниченная двумя точками.

Например, отрезок АВ: А ● ————— ● В

Поставь на прямой 5 точек. Сколько отрезков при этом получилось?

Задача 9. Сколько точек надо поставить на прямой, чтобы получилось шесть отрезков?

ЗАДАНИЕ

Разработать одно занятие математического кружка (45 мин.).

МК4

Примерный план работы с кейсом:

1. прочитать полученные материалы;
2. решить задачи;
3. определить тему и цели занятия;
4. составить план занятия;
5. выбрать необходимые для занятия задачи и сгруппировать их по какому-либо принципу, например, для классной или домашней работы, для устного решения, для формирования приемов мыслительной деятельности (анализ, синтез, аналогии, обобщение и т.п.), для реализации дифференцированного подхода и т.д.;
6. определить деятельность учителя и учеников;
7. подготовить выступление и выступить перед слушателями летней школы.

МК4

Решить задачу в широком смысле этого слова – это, значит, раскрыть связи между данными, указанными условием задачи, и искомыми величинами, определить последовательность применения общих положений математики (правил, законов, формул и т.п.), выполнить действия над данными задачи, используя эти общие положения, и получить ответ на требование задачи или доказать невозможность его выполнения.

МК4

Важнейшим этапом решения задачи является первый этап – восприятие задачи (анализ текста). Цель этапа – понять задачу, т.е. выделить все множества и отношения, величины и зависимости между ними, числовые данные, лексическое значение слов.

Приемы выполнения анализа задачи:

1. драматизация, обыгрывание задачи;
2. разбиение текста задачи на смысловые части;
3. постановка специальных вопросов;
4. переформулировка текста;
5. перефразирование задачи (заменить термин содержанием; заменить описание термином, словом; заменить слово синонимом; убрать несущественные слова; конкретизировать, добавив не меняющие смысл подробности);
6. построение модели (схема, рисунок, таблица, чертеж, предметная модель, выражение);
7. определение вида задачи и выполнение соответствующей схемы, краткой записи.

МК4

Общее умение решать задачи проявляется при решении человеком незнакомой задачи, т.е. задачи такого вида, способ решения которой ему неизвестен.

МК4

Необходимо вести работу над задачей на достаточно высоком уровне сложности. Исследованиями психологов установлено, что хорошо успевающий по предмету учащийся при заниженных требованиях рано или поздно снижает уровень учебной мотивации.

МК4

Четвертый этап – проверка выполненного решения. Цель этапа – убедиться в истинности выбранного плана и выполненных действий, после чего сформулировать ответ задачи.

Приемы выполнения этапа:

1. прикидка ответа или установление границ с точки зрения здравого смысла, без математики (до решения);
2. по смыслу полученных выражений (во время решения);
3. осмысление хода решения по вопросам (во время решения);
4. решение другим способом(после решения задачи);
5. решение другим методом(после решения задачи);
6. подстановка результата в условие(после решения задачи);
7. составление и решение обратной задачи(после решения задачи).

МК4

Задача 1. Лена хотела купить 7 «Киндер-сюрпризов», но ей не хватило 4 рублей. Тогда она купила 5 «Киндер-сюрпризов», и у нее осталось 3 рубля. Сколько стоит один «Киндер-сюрприз»?

Задача 2. 1 ручка, 2 тетради и 3 дневника стоят вместе 38 рублей. 3 ручки, 2 тетради и 1 дневник стоят 22 рубля. Сколько стоит один комплект из ручки, тетради и дневника?

Задача 3. В одном кувшине было 12 литров воды. Когда из него перелили 3 литра воды во второй кувшин, то в первом стало на 5 литров воды меньше, чем во втором. Сколько литров воды было во втором кувшине вначале?

Задача 4. Таня решила купить себе ручки и карандаши. На деньги, которые у нее были, она смогла бы купить или 6 ручек, или 12 карандашей (без сдачи). Таня купила на все деньги одинаковое количество ручек и карандашей. Сколько она купила ручек?

Задача 5. В трех ящиках лежат орехи. В первом орехов на 6 меньше, чем в двух других вместе, а во втором - на 10 меньше, чем в первом и третьем вместе. Сколько орехов в третьем ящике?

Задача 6. Тетради в магазине расфасованы в пачки по 400 штук. Школьный библиотекарь покупает 300 тетрадей. Продавец отсчитывает один десяток тетрадей за 5 секунд. Может ли продавец выдать библиотекарю его заказ менее чем за 1 минуту? Если да, то, каким образом, и за какое время?

Задача 7. Банка с сахаром весит 500 граммов. Та же банка с мукой весит 350 граммов. Сахар тяжелее муки в 2 раза. Сколько весит пустая банка?

Задача 8. Маше не хватало 9 рублей, чтобы купить тетрадь, а Мише – всего лишь 1 рубля. Они решили сложить свои деньги, но опять не хватало 1 рубля на покупку даже одной тетради. Сколько стоила тетрадь?